



*Фрязинский филиал института радиотехники и электроники  
им. В.А.Котельникова РАН*

# **Инварианты при калибровке полнополяриметрических РСА в условиях фарадеевского вращения плоскости поляризации**

**М.В.СОРОЧИНСКИЙ, А.И.ЗАХАРОВ**

*Фрязинский филиал института радиотехники и электроники  
им. В.А.Котельникова РАН*

*Московская обл., г. Фрязино*

*E-mail: [smw@sunclass.ire.rssi.ru](mailto:smw@sunclass.ire.rssi.ru)*



## 1. Некоторые математические модели РСА

### 1.1. Основные проблемы при калибровке полнополяриметрических РСА

1.1.1. Измерение всех внутренних параметров РСА для контроля за функционированием его систем с целью последующего совершенствования датчика

1.1.2. Измерение параметров или их комбинаций, необходимых для последующей коррекции результатов измерений

### 1.2. Модели РСА

#### 1.2.1. Общий случай

$$\begin{vmatrix} S_{hh}^m & S_{hv}^m \\ S_{vh}^m & S_{vv}^m \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i_{hh} & i_{hv} \\ i_{vh} & i_{vv} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} r_{hh} & r_{hv} \\ r_{vh} & r_{vv} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} S_{hh}^c & S_{hv}^c \\ S_{vh}^c & S_{vv}^c \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} t_{hh} & t_{hv} \\ t_{vh} & t_{vv} \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}\mathbf{S}^c\mathbf{T}$$

$$\begin{vmatrix} m_{vv} & m_{hh} & m_{vh} & m_{hv} \end{vmatrix}^t = \mathbf{C} \cdot \begin{vmatrix} S_{vv}^c & S_{hh}^c & S_{vh}^c & S_{hv}^c \end{vmatrix}^t$$

$$\begin{vmatrix} S_{vv}^c & S_{hh}^c & S_{vh}^c & S_{hv}^c \end{vmatrix}^t = \mathbf{C}^{-1} \begin{vmatrix} m_{vv} & m_{hh} & m_{vh} & m_{hv} \end{vmatrix}^t$$

$$\mathbf{C} = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} r_{vv}t_{vv} & r_{vh}t_{hv} & r_{vv}t_{hv} & r_{vh}t_{vv} \\ r_{hv}t_{vh} & r_{hh}t_{hh} & r_{hv}t_{hh} & r_{hh}t_{vh} \\ r_{vv}t_{vh} & r_{vh}t_{hh} & r_{vv}t_{hh} & r_{vh}t_{vh} \\ r_{hv}t_{vv} & r_{hh}t_{hv} & r_{hv}t_{hv} & r_{hh}t_{vv} \end{vmatrix}$$

Независимые элементы:  $c_{11}, c_{22}, c_{33}, c_{31}, c_{32}, c_{41}, c_{42}$



1.2.2. Модель, учитывающая фарадеевское вращение

$$\mathbf{M}_\phi = \begin{pmatrix} r_{hh} & r_{hv} \\ r_{vh} & r_{vv} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\Omega & \sin\Omega \\ -\sin\Omega & \cos\Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{hh}^c & S_{hv}^c \\ S_{vh}^c & S_{vv}^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\Omega & \sin\Omega \\ -\sin\Omega & \cos\Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{hh} & t_{hv} \\ t_{vh} & t_{vv} \end{pmatrix} \quad \mathbf{M}_\phi = \mathbf{R}_\phi \mathbf{S}^c \mathbf{T}_\phi$$

$\Omega$  - угол поворота плоскости  
поляризации

$$\begin{aligned} r_{hh}^\phi &= r_{hh} \cos\Omega (1 - \delta_1 \operatorname{tg}\Omega) & t_{hh}^\phi &= t_{hh} \cos\Omega (1 + \delta_4 \operatorname{tg}\Omega) \\ r_{hv}^\phi &= r_{hh} \cos\Omega (\delta_1 + \operatorname{tg}\Omega) & t_{hv}^\phi &= t_{hh} \cos\Omega (\delta_3 + f_2 \operatorname{tg}\Omega) \\ r_{vh}^\phi &= r_{hh} \cos\Omega (\delta_2 - f_1 \operatorname{tg}\Omega) & t_{vh}^\phi &= t_{hh} \cos\Omega (\delta_4 - \operatorname{tg}\Omega) \\ r_{vv}^\phi &= r_{hh} \cos\Omega (f_1 + \delta_2 \operatorname{tg}\Omega) & t_{vv}^\phi &= t_{hh} \cos\Omega (f_2 - \delta_3 \operatorname{tg}\Omega) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} f_1 &= r_{vv}/r_{hh} & \delta_1 &= r_{hv}/r_{hh} & \delta_2 &= r_{vh}/r_{hh} \\ f_2 &= t_{vv}/t_{hh} & \delta_3 &= t_{hv}/t_{hh} & \delta_4 &= t_{vh}/t_{hh} \end{aligned}$$



## 2. Инварианты

$$c_{11}^{\phi} - c_{12}^{\phi} = c_{11} - c_{12} = d_{11}$$

$$c_{13}^{\phi} + c_{14}^{\phi} = c_{13} + c_{14} = d_{12}$$

$$c_{21}^{\phi} - c_{22}^{\phi} = c_{21} - c_{22} = d_{21}$$

$$c_{23}^{\phi} + c_{24}^{\phi} = c_{23} + c_{24} = d_{22}$$

$$c_{31}^{\phi} - c_{32}^{\phi} = c_{31} - c_{32} = d_{31}$$

$$c_{33}^{\phi} + c_{34}^{\phi} = c_{33} + c_{34} = d_{32}$$

$$c_{41}^{\phi} - c_{42}^{\phi} = c_{41} - c_{42} = d_{41}$$

$$c_{43}^{\phi} + c_{44}^{\phi} = c_{43} + c_{44} = d_{42}$$



### 3. Система уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 f_2 - \delta_2 \delta_3 - d_{11}^* \delta_1 - d_{11}^* \delta_4 = 0 \\ f_1 \delta_3 + f_2 \delta_2 - d_{12}^* \delta_1 - d_{12}^* \delta_4 = 0 \\ \delta_1 \delta_4 - 1 - d_{21}^* \delta_1 - d_{21}^* \delta_4 = 0 \\ f_1 \delta_4 - \delta_2 - d_{31}^* \delta_1 - d_{31}^* \delta_4 = 0 \\ f_1 + \delta_2 \delta_4 - d_{32}^* \delta_1 - d_{32}^* \delta_4 = 0 \\ f_2 \delta_1 - \delta_3 - d_{41}^* \delta_1 - d_{41}^* \delta_4 = 0 \\ f_2 + \delta_1 \delta_3 - d_{42}^* \delta_1 - d_{42}^* \delta_4 = 0 \end{array} \right.$$



#### 4. Угол фарадеевского вращения

$$\Omega = \operatorname{arctg} \left( \frac{1 - \xi f_1}{\delta_1 + \xi \delta_2} \right)$$

где

$$\xi = \frac{r_{hh}^{\phi}}{r_{vv}^{\phi}} = \frac{r_{hh}^{\phi} t_{hh}^{\phi}}{r_{vv}^{\phi} t_{hh}^{\phi}} = \frac{c_{22}^{\phi}}{c_{33}^{\phi}}$$



## 5. Компенсация угла фарадеевского вращения

Для независимых элементов  $c_{11}, c_{22}, c_{33}, c_{31}, c_{32}, c_{41}, c_{42}$

$$c_{ij}^{\phi} = c_{ij} \cos^2 \Omega + u_{ij} \sin 2\Omega + v_{ij} \sin^2 \Omega$$

В частности,

$$u_{41} = c_{22} (f_2 - \delta_1 \delta_3) \qquad v_{41} = -c_{22} \delta_3$$



## 6. Компенсация аппаратурных искажений РСА

$$S_{vv}^c = D \cdot (C_{22}^\phi S_{vv}^m + C_{12}^\phi S_{hh}^m - C_{42}^\phi S_{vh}^m - C_{32}^\phi S_{hv}^m)$$

$$S_{hh}^c = D \cdot (C_{21}^\phi S_{vv}^m + C_{11}^\phi S_{hh}^m - C_{41}^\phi S_{vh}^m - C_{31}^\phi S_{hv}^m)$$

$$S_{vh}^c = D \cdot (-C_{24}^\phi S_{vv}^m - C_{14}^\phi S_{hh}^m + C_{44}^\phi S_{vh}^m + C_{34}^\phi S_{hv}^m)$$

$$S_{hv}^c = D \cdot (-C_{23}^\phi S_{vv}^m - C_{13}^\phi S_{hh}^m + C_{43}^\phi S_{vh}^m + C_{33}^\phi S_{hv}^m)$$

где

$$D = \frac{C_{11}^\phi C_{22}^\phi}{(C_{11}^\phi C_{22}^\phi - C_{31}^\phi C_{42}^\phi) \cdot (C_{11}^\phi C_{22}^\phi - C_{32}^\phi C_{41}^\phi)}$$



## 7. Заключение

**В условиях фарадеевского вращения плоскости поляризации**

- 1. Предложен алгоритм внешней калибровки поляриметрического РСА.**
- 2. Предложен алгоритм компенсации аппаратурных искажений РСА с учетом фарадеевского вращения.**